

# 基于 EM 算法的宽带信号 DOA 估计及盲分离

熊坤来<sup>1</sup>, 刘章孟<sup>1</sup>, 柳 征<sup>1</sup>, 姜文利<sup>1</sup>, 汪华兴<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 解放军 61541 部队, 北京 100094)

**摘 要:** 本文提出了一种基于 EM 算法的宽带信号 DOA 估计与盲分离方法. 首先将宽带混合信号转换到频域, 然后综合利用带宽内所有频点信息建立似然函数, 在此基础上推导出宽带条件下的 EM 迭代式, 从而实现宽带信号 DOA 及波形的联合估计. 并且本文通过分析 EM 算法的收敛性, 自适应的设定角度搜索空间, 提高了算法的运算效率. 与传统方法相比, 本文方法运用的有效信息更多, 因此, 其在 DOA 估计精度及波形恢复性能方面都更有优势. 仿真实验表明了该算法的有效性.

**关键词:** 宽带信号; EM 算法; DOA 估计; 信号分离

**中图分类号:** TN971      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2015)10-2028-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.10.022

## Broadband DOA Estimation and Blind Source Separation Based on EM Algorithm

XIONG Kun-lai<sup>1</sup>, LIU Zhang-meng<sup>1</sup>, LIU Zheng<sup>1</sup>, JIANG Wen-li<sup>1</sup>, WANG Hua-xing<sup>2</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. Unit 61541 of PLA, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Based on the expectation-maximization (EM) algorithm, a new method for broadband direction of arrival (DOA) estimation and blind source separation is presented in this paper. First, we establish a likelihood function in the frequency domain by jointly using all frequencies information. Then, based on this function, the E-step and M-step in the frame of broadband EM algorithm are derived. Finally, we jointly estimate DOAs and sources through EM iteration compute. Moreover, through analyses the convergence of EM algorithm, we set adapted angle search space for DOA estimation, which reduce the computations of our algorithm. Compare to the traditional method, more effective information are applied in our algorithm. Therefore, the proposed algorithm has more advantages for DOA estimation and source separation. Simulation results demonstrate our algorithm is effective.

**Key words:** broadband signal; EM algorithm; DOA estimation; source separation

## 1 引言

宽带信号波达方向 (DOA) 估计和波形恢复是阵列信号处理中的重要问题, 在雷达、声纳、通信等领域有着广泛的应用需求. 现有宽带 DOA 估计方法<sup>[1~8]</sup>及波形恢复方法<sup>[9~11]</sup>大多都需要一定的波形先验信息, 但在当今日益复杂的电磁环境下, 波形先验未知的情况变得愈加普遍. 近年来, 随着盲分离技术的迅速发展, 部分研究者<sup>[12,13]</sup>结合盲分离算法, 提出了波形先验未知的宽带信号 DOA 估计与波形恢复方法. 这种方法以窄带盲分离算法为基础, 通过引入各种预处理过程以求将宽带观测模型转化为窄带方法所能适用的形式, 并最终借助

窄带测向方法实现宽带信号的 DOA 估计或波形恢复. 然而对每个子带进行单独处理, 使得算法计算量庞大, 估计精度也有限.

对于参数先验信息未知的情况, 最大似然法 (ML) 被认为是最佳的参数估计方法, 其估计性能几乎能达到克拉美罗下限. 然而最大似然法由于需要进行多维搜索, 计算量过大, 基本无法实用. EM 算法<sup>[14,15]</sup>将最大似然方法中的多维搜索转化为一维搜索, 不但大大简化了算法运算量, 还继承了 ML 算法优异的估计性能. 因此, 为了解决参数先验信息很少或未知情况下的宽带 DOA 估计及源信号分离问题, 本文提出一种基于 EM 算法的宽带信号 DOA 估计与盲分离方法. 首先将宽带混合信

号转换到频域,然后联合带宽内所有频域子带数据,根据 EM 算法的基本思想,推导出此条件下的 EM 迭代式,最终估计出 DOA 及源信号。

本文在 EM 算法的基本框架下,综合运用所有频点的数据信息联合估计出 DOA 及源信号,相比于对每个子带进行单独处理的传统方法,本文方法的估计精度得到大幅提高,同时还避免了子带合并时带来的模糊问题.该方法的实现过程遵循 EM 算法的迭代步骤,因此,它继承了 EM 算法优异的收敛性.另外,本文针对算法迭代过程中的角度搜索问题,提出一种自适应角度搜索范围设定方法,有效的简化了算法的复杂度。

## 2 信号模型

假设  $N$  个宽带远场信号入射到由  $M$  个阵元组成的均匀线阵上,阵元间距为  $d$ ,信号的入射方向为  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ ,第  $m$  个阵元接收到的信号可以表示为:

$$y_m(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t - \tau_m(\theta_n)) + u_m(t), n = 1, \dots, N \quad (1)$$

式中,  $s_n(t)$  表示第  $n$  个目标源信号,  $\tau_m(\theta_n)$  表示第  $n$  个信号到第  $m$  个阵元的传播时延,  $u_m(t)$  为阵元噪声.忽略目标信号源到达基阵的时延,仅考虑信号在阵元之间产生的时延,可知  $\tau_m(\theta_n) = (m-1)d\sin\theta_n/c$ . 本文假设源信号为未知的确定性信号,噪声为零均值复高斯白噪声,且各阵元之间的噪声相互独立.对上式进行  $F$  点离散傅里叶变换,得到:

$$Y_m(k) = \sum_{n=1}^N S_n(k) \exp\left(-j \frac{2\pi k \tau_m(\theta_n)}{FT}\right) + U_m(k) \quad (2)$$

式中,  $Y_m(k)$ ,  $S_n(k)$ ,  $U_m(k)$  分别为  $y_m(t)$ ,  $s_n(t)$ ,  $u_m(t)$  的傅里叶变换.  $k = 1, 2, \dots, F$ .  $T$  为采样周期.将阵列输出的频域表达式写成矩阵形式为:

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{A}(k, \theta) \mathbf{S}(k) + \mathbf{U}(k) \quad (3)$$

其中  $\mathbf{Y}(k) = [Y_1(k), \dots, Y_M(k)]^T$  表示观测信号的傅里叶变换,  $\mathbf{S}(k) = [S_1(k), \dots, S_N(k)]^T$  表示源信号的傅里叶变换,  $\mathbf{U}(k) = [U_1(k), \dots, U_M(k)]^T$  表示噪声的傅里叶变换. 本文假设  $U_1(k), \dots, U_M(k)$  方差均为  $\sigma^2$ ,  $\mathbf{A}(k, \theta) = [\mathbf{a}(k, \theta_1), \dots, \mathbf{a}(k, \theta_N)]$  称为基阵的阵列流形,  $\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_N\}$ , 向量  $\mathbf{a}(k, \theta_n)$  称为基阵对应  $\theta_n$  方向在频率  $k/FT$  处的响应向量, 表示为:

$$\mathbf{a}(k, \theta_n) = \left[ \exp\left(-j \frac{2\pi k \tau_1(\theta_n)}{FT}\right), \dots, \exp\left(-j \frac{2\pi k \tau_M(\theta_n)}{FT}\right) \right]^T \quad (4)$$

由式(3)可以看出,阵列输出的宽带频域模型与窄带时域模型很相似. 现有处理宽带信号的方法大多都是在频域划分若干个窄子带,然后利用窄带方法对每

个子带进行处理以实现源信号的分离或 DOA 估计,没有充分的综合利用各窄频带上的数据. 本文考虑利用 EM 算法,综合所有频点上的数据信息实现宽带源信号分离及 DOA 估计。

## 3 基于 EM 算法的宽带信号 DOA 估计及盲分离

为表述方便,假定  $\vartheta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_n, \dots, \vartheta_N)$ ,  $\vartheta_n = (\theta_n, S_n)$ ,  $S_n = (S_n(1), \dots, S_n(F))$ . 由式(3)容易得到  $\mathbf{Y}(k)$  关于未知参数  $\theta$ ,  $\mathbf{S}(k)$  的等价对数似然函数:

$$\log p(\mathbf{Y}(k) | \theta, \mathbf{S}(k)) = -(\mathbf{Y}(k) - \mathbf{A}(k, \theta) \mathbf{S}(k))^H \cdot (\mathbf{Y}(k) - \mathbf{A}(k, \theta) \mathbf{S}(k)) \quad (5)$$

高斯白噪声频谱的各个频点之间是相互独立的,各频点的联合概率密度即为各频点概率密度的乘积,体现在对数似然函数上,即为各频点对数似然函数的和值. 因此,可得到综合了所有频点信息的联合对数似然函数如下:

$$\log p(\{\mathbf{Y}(k)\}_{k=1}^F | \vartheta) = - \sum_{k=1}^F (\mathbf{Y}(k) - \mathbf{A}(k, \theta) \mathbf{S}(k))^H \cdot (\mathbf{Y}(k) - \mathbf{A}(k, \theta) \mathbf{S}(k)) \quad (6)$$

求上式的最大似然估计值即可得到各源信号的 DOA 及频谱估计值. 然而,求取上式的最大似然估计需要进行多维搜索,计算量太大,一般无法用于实际情况中. 本文利用 EM 算法来解决这一问题. EM 算法是一种广泛使用的迭代估计方法,通过引入中间参数以降低原始优化问题的难度. 利用 EM 算法可将最大似然估计的多维搜索简化为一维搜索,从而大大降低计算量. 分析式(3),可得到宽带频域模型的等价表达式  $\mathbf{Y}(k) = \sum_{n=1}^N \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k) + \mathbf{U}(k)$ , 构造如下中间参数以分离阵列输出数据中的不同信号分量:

$$\mathbf{X}_n(k) = \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k) + \underline{\mathbf{U}}_n(k) \quad (7)$$

其中,  $\underline{\mathbf{U}}_n(k)$  是从  $\mathbf{U}(k)$  中抽取的部分噪声,服从正态分布  $\underline{\mathbf{U}}_n(k) \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}_M/M)$ . 易知  $\mathbf{Y}(k) = \sum_{n=1}^N \mathbf{X}_n(k)$ . 令  $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{X}_1(k), \dots, \mathbf{X}_N(k)]^T$ , 则由上述分析容易得到中间参数  $\{\mathbf{X}(k)\}_{k=1}^F$  关于未知参数  $\vartheta$  的联合对数似然函数为:

$$\log p(\{\mathbf{X}(k)\}_{k=1}^F | \vartheta) = - \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^F (\mathbf{X}_n(k) - \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k))^H \cdot (\mathbf{X}_n(k) - \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k)) \quad (8)$$

$$= \sum_{n=1}^N \log p(\{\mathbf{X}_n(k)\}_{k=1}^F | \vartheta_n) \quad (8)$$

$$\log p(\{\mathbf{X}_n(k)\}_{k=1}^F | \vartheta_n) = - \sum_{k=1}^F (\mathbf{X}_n(k) - \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k))^H \cdot (\mathbf{X}_n(k) - \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k)) \quad (9)$$

显然  $\log p(\{\mathbf{X}(k)\}_{k=1}^F | \vartheta)$  的最大似然值可以通过求每个  $\log p(\{\mathbf{X}_n(k)\}_{k=1}^F | \vartheta_n)$  的最大似然值得到. 这样, 利用式(9)就将对  $\theta$  的多维搜索简化为对  $\theta_n$  的一维搜索. 为进一步简化运算量, 减小噪声的影响, 我们只对各信号带宽并集内的频点进行处理. 对于频域不重叠的信号在频域就能轻易分离开, 本文只考虑频域部分重叠或完全重叠的情况, 利用下式估计各信号带宽并集频点的起点和终点:

$$k_{\min} = \arg \min_k \left\{ |Y_1(k)| \mid |Y_1(k)| \geq \left| \frac{1}{F} \sum_{k=1}^F Y_1(k) \right|, k = 1, \dots, F \right\} \quad (10)$$

$$k_{\max} = \arg \max_k \left\{ |Y_1(k)| \mid |Y_1(k)| \geq \left| \frac{1}{F} \sum_{k=1}^F Y_1(k) \right|, k = 1, \dots, F \right\} \quad (11)$$

此时, 似然函数可写为:

$$\log p(\{\mathbf{X}_n(k)\}_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} | \vartheta_n) = - \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} (\mathbf{X}_n(k) - \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k))^H \cdot (\mathbf{X}_n(k) - \mathbf{a}(k, \theta_n) S_n(k)) \quad (12)$$

EM 算法是通过迭代优化的方法不断更新各未知参数的估计值, 每次迭代过程由一个 E-step 和一个 M-step 组成. 利用 EM 算法求式(12)的最大似然估计, 分别进行如下处理:

**E-step:**

计算

$$Q(\vartheta^{[q]}; \vartheta^{[q-1]}) = E[\log p(\{\mathbf{X}_n(k)\}_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} | \vartheta^{[q]}) | \{\mathbf{Y}(k)\}_{k=k_{\min}}^{k_{\max}}, \vartheta^{[q-1]}] \quad (13)$$

其中上标  $[q]$  用于标注第  $q$  步迭代过程中所得到的各变量估计值,  $E[\cdot]$  为期望运算符. 式(13)等价于计算如下充分统计量,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_n(k, \vartheta^{[q-1]}) &= E[\mathbf{X}_n(k) | \vartheta^{[q-1]}, \mathbf{Y}(k)] \\ &= \mathbf{a}(k, \theta_n^{[q-1]}) S_n^{[q-1]}(k) \\ &\quad + \frac{1}{M} [\mathbf{Y}(k) - \mathbf{A}(k, \theta_n^{[q-1]}) \mathbf{S}^{[q-1]}(k)] \end{aligned} \quad (14)$$

**M-step:**

通过最大化  $Q(\vartheta^{[q]}; \vartheta^{[q-1]})$  更新  $\vartheta$ , 令  $Q(\vartheta^{[q]}; \vartheta^{[q-1]})$  关于各参数的偏导数等于 0 得到对应的更新方法为:

$$\theta_n^{[q]} = \arg \max_{\theta_n} \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{\mathbf{a}(k, \theta_n)^H \hat{\mathbf{X}}_n(k, \vartheta^{[q-1]}) \hat{\mathbf{X}}_n(k, \vartheta^{[q-1]})^H \mathbf{a}(k, \theta_n)}{\|\mathbf{a}(k, \theta_n)\|^2} \quad (15)$$

$$S_n^{[q]}(k) = \frac{\mathbf{a}(k, \theta_n^{[q]})^H \hat{\mathbf{X}}_n(k, \vartheta^{[q-1]})}{\|\mathbf{a}(k, \theta_n^{[q]})\|^2} \quad (16)$$

设定未知参数  $\vartheta$  的初始值, 利用上述 E-step 和 M-step 循环迭代, 直到  $\log p(\{\mathbf{X}_n(k)\}_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} | \vartheta_n)$  的增加或各参数的变化很小时, 上述更新过程终止, 从而得到 DOA 及各源信号频谱的最终估计结果. 对频谱估计结果做 IFFT 变换就能得到分离后的各源信号波形. 更新过程综合利用各信号带宽并集内的频点信息, 同时估计出未知参数  $\theta_n$  及  $\{S_n(k)\}_{k=1}^F$ , 相比以往频域各子带单独处理的算法, 本文算法不需划分子带, 在计算量上显然有一定优势, 同时算法实现过程遵循 EM 算法的基本迭代步骤, 因此它继承了 EM 算法收敛快、估计精度高的特点.

## 4 自适应搜索空间设定方法

虽然 EM 算法将最大似然估计的多维搜索简化为了一维搜索, 但一维搜索过程的计算量仍然很大. 为进一步减小算法计算量, 本文从改进搜索范围的大小出发, 针对式(15)对参数  $\theta_n$  的搜索过程, 提出一种随着 EM 迭代次数而变化的自适应搜索空间设定方法.

用  $\Theta_n^{[q]}$  表示第  $q$  步迭代过程中  $\theta_n^{[q]}$  的搜索空间, 由文献[14]对 EM 算法的收敛性分析可知, 对于绝大多数迭代步数  $q$ , 存在如下不等式:

$$\left| \frac{\theta_n^{[q+1]} - \theta_n^{[q]}}{\theta_n^{[q]} - \theta_n^{[q-1]}} \right| < 1 \quad (17)$$

对上述不等式作简单变换, 可以得到:

$$\theta_n^{[q]} - |\theta_n^{[q]} - \theta_n^{[q-1]}| < \theta_n^{[q+1]} < \theta_n^{[q]} + |\theta_n^{[q]} - \theta_n^{[q-1]}| \quad (18)$$

令  $\varphi_n^{[q]} = \theta_n^{[q]} - |\theta_n^{[q]} - \theta_n^{[q-1]}|$ ,  $\phi_n^{[q]} = \theta_n^{[q]} + |\theta_n^{[q]} - \theta_n^{[q-1]}|$ , 由式(18)容易确定第  $q+1$  步迭代更新未知参数  $\theta_n$  时的搜索范围:

$$\Theta_n^{[q+1]} = [\varphi_n^{[q]}, \phi_n^{[q]}] \quad (19)$$

$\Theta_n^{[q+1]}$  的确定只与第  $q$  步迭代和第  $q-1$  步迭代的估计结果相关. 初始化  $\Theta_n^{[1]}, \Theta_n^{[2]}$ , 利用式(15)得到  $\theta_n^{[1]}, \theta_n^{[2]}$  后, 就可以根据式(19)自适应的设定后续迭代过程中  $\theta_n$  的搜索空间.

由上述算法的理论分析可知, 本文算法的复杂度主要由迭代次数及单次迭代的运算量决定. 本文算法是基于 EM 算法框架的, 继承了 EM 算法收敛快, 迭代次数少的优点. 文献[12]已经对 EM 算法的收敛性作了详细分析, 因此本文不再对算法的迭代次数作定量分析. 下面主要对算法单次迭代的复杂度作定量分析. 算法由 E-step 和 M-step 这两构成, 在 E-step 中的式(14)  $\hat{\mathbf{X}}_n(k, \vartheta^{[q-1]})$  的计算量为  $O(MN + 3M)$ , 假设所需计算的频点数为  $K$ , 则 E-step 所需的计算量为  $O(MKN^2 + 3MKN)$ . 在 M-step 的式(15)中, 假设角度搜索的个数为

$Q$ , 则式(15)所需的计算量为  $O(4MKQ)$ , 式(16)所需的计算量为  $O(2MK)$ ,  $M$ -step 更新  $N$  个信号参数所需的总计算量为  $O(4MKQN + 2MKN)$ . 因此, 本文算法完成单次迭代所需的计算量为  $O((4Q + N + 5)MKN)$ . 显然,  $M$  和  $N$  为已知数, 要想降低算法的运算量, 就必须从减小  $K$  和  $Q$  这两个数入手. 本文算法通过自适应的设定角度搜索空间规定了角度的搜索范围, 从而不需要大范围的搜索角度, 极大的减小了  $Q$  值, 提高了算法效率. 另外, 本文算法提取频域重叠部分, 只对重叠部分的频点进行运算, 一定程度上减小了  $K$  值, 降低了算法的运算复杂度.

### 5 仿真分析

为了验证本文方法的有效性, 进行了如下两个仿真实验. 仿真 1 比较分析了本文方法、宽带 BSS + MUSIC 方法<sup>[13]</sup>、文献[15]方法在不同信噪比下的 DOA 估计精度, 并给出了本文方法的 DOA 估计结果随 EM 迭代次数变化的情况. 仿真 2 分析了混合信号分离前后的时频图, 并比较分析了本文方法与宽带 BSS + MUSIC 算法的信号分离性能.

**仿真 1** 验证本文方法在宽带信号 DOA 估计精度上的优越性. 考虑 8 个全向阵元组成的均匀线阵, 阵元间距为 1m, 三个独立远场宽带线性调频信号入射, 入射方位角分别为  $20^\circ, 62^\circ, 40^\circ$ , 三个信号的调制周期均为  $1\mu s$ , 采样频率为 1GHz, 源信号 1 的起始频率为 50MHz,

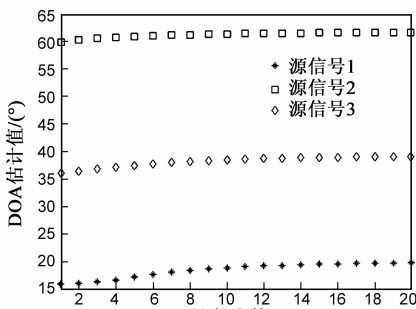


图1 不同迭代次数下的 DOA 估计值( $\theta_{true}=[20^\circ 62^\circ 40^\circ]$ , SNR=-5dB)

带宽为 250MHz, 源信号 2 的起始频率为 100MHz, 带宽为 310MHz, 源信号 3 的起始频率为 150MHz, 带宽为 200MHz. 初始化,  $S[0](k) = \text{inv}[\mathbf{A}^H(k, \theta^{[0]})\mathbf{A}(k, \theta^{[0]})]\mathbf{A}^H(k, \theta^{[0]})\mathbf{Y}(k)$ ,  $k = 1, \dots, F$ ,  $\text{inv}[\cdot]$  表示对矩阵求逆.  $\theta^{[0]} = [10^\circ 55^\circ 35^\circ]$ . EM 迭代的终止条件设为似然函数值小于  $10^{-4}$  或者迭代次数超过 50 次. 在第  $M$  步估计 DOA 时, 可采用网格细分的搜索方法提高测向精度<sup>[16]</sup>, 本文的最小网格设定为  $0.01^\circ$ .

在对算法的 DOA 估计精度进行评估时, 以各入射信号的平均测向均方根误差作为指标, 平均测向均方根误差定义为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{W} \sum_{w=1}^W \sum_{n=1}^N (\hat{\theta}_n^{(w)} - \theta_n^{(w)})^2 / WN} \quad (20)$$

其中  $W$  表示蒙特卡洛仿真次数,  $\hat{\theta}_n^{(w)}$  和  $\theta_n^{(w)}$  分别对应于第  $w$  次仿真中第  $n$  个信号的角度估计值和真实值.

图 1 给出了 -5dB 信噪比下, 各源信号的 DOA 估计值随迭代次数变化的情况. 由图容易看出, 本文方法非常准确的估计出了各源信号的 DOA 值, 并且只需经过 8 次迭代就能收敛到较为准确的 DOA 估计值, 这说明该方法不但估计准确, 而且收敛速度快, 可执行性强. 将蒙特卡洛仿真次数设为 100 次, 信噪比范围设为 -10 ~ 10dB, 以 2dB 为间隔, 分别计算本文方法、宽带 BSS + MUSIC 方法及文献[17]方法的平均测向均方根误差. 仿真结果如图 2 所示. 由图容易看出, 本文方法在信噪比小于 4dB 时估计精度要明显优于宽带 BSS + MUSIC 方

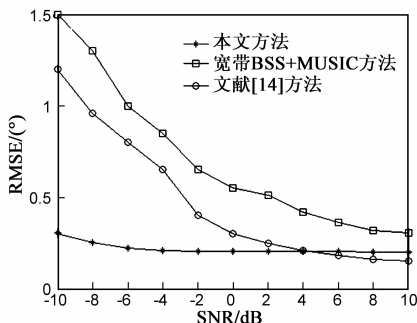


图2 三种方法的平均测向均方根误差

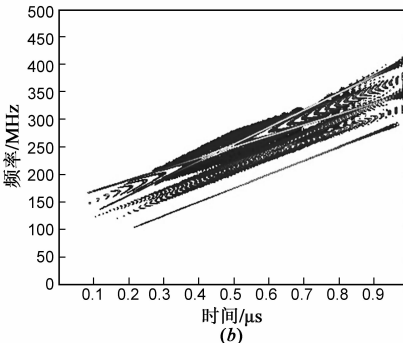
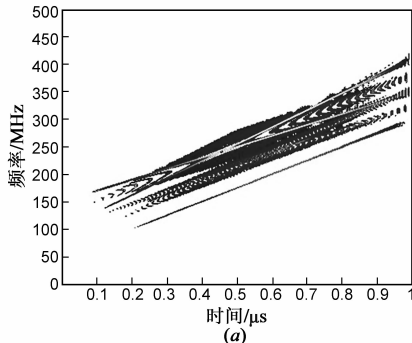


图3 两个阵元接收到的混叠信号的时频图

法和文献[17]方法,信噪比大于 4dB 时,本文方法的估计精度要略低于文献[17]方法.整体来说,本文方法估计效果最好,尤其是对于信噪比较低的情况,本文方法在估计精度上占有绝对优势.

**仿真 2** 验证本文方法在宽带信号分离方面的优越性.设定信噪比为 5dB,其它仿真条件与仿真 1 中的一致,比较信号分离前后的时频图.图 3 给出了第一个阵元及第二个阵元接收到的混叠信号的 Wigner-Ville 时频图,三个源信号在时域频域均存在混叠.

图 4、图 5、图 6 分别给出了分离后的三个信号的时频图,由图可以看出本文方法很好的从混合信号中分离出了源信号.为进一步对本文方法的分离性能作定量分析,定义平均相似系数来衡量算法的分离性能:

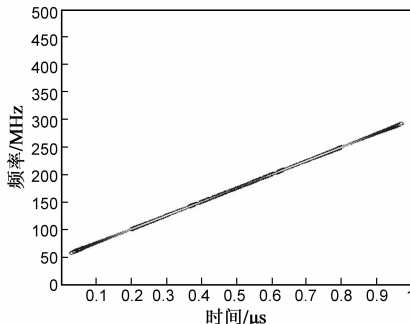


图4 源信号1的时频图

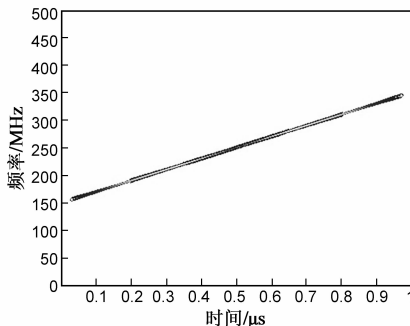


图6 源信号3的时频图

$$c = \frac{1}{NW} \sum_{w=1}^W \sum_{n=1}^N |s_n \delta_n^*| / \sqrt{\|s_n\|^2 \|\delta_n\|^2} \quad (21)$$

其中  $s_n$  为源信号,  $\delta_n$  为对应的估计信号,  $W$  为蒙特卡洛仿真次数,  $N$  为信号个数.比较分析本文方法与宽带 BSS + MUSIC 方法在不同信噪比下的分离性能.信噪比范围设置为  $-10 \sim 10$ dB,以 2dB 为间隔,蒙特卡洛仿真次数为 100 次.仿真结果如图 7 所示.由图可以看出,两种分离方法的平均相似系数曲线在信噪比较高时比较接近.但是信噪比较低时,本文方法的分离性能要明显优于宽带 BSS + MUSIC 方法.当信噪比为 0dB 时,本文方法的平均相似系数达到了 0.98,而宽带 BSS + MUSIC 方法的平均相似系数只有 0.9.

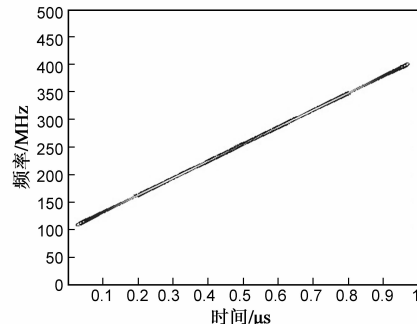


图5 源信号2的时频图

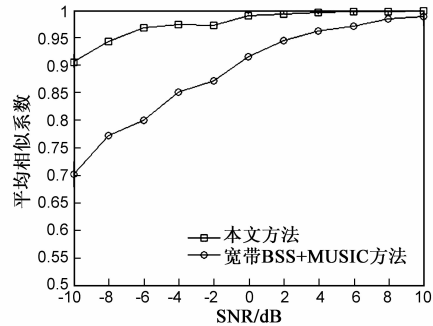


图7 两种方法在不同信噪比下的平均相似系数

## 6 结论

本文提出了一种基于 EM 算法的宽带信号 DOA 估计及波形恢复方法.该方法综合利用所有频点信息推导出宽带条件下的 EM 迭代式,进而实现宽带信号 DOA 及波形的联合估计,并且本文针对第 M 步的角度搜索问题,提出了一种自适应的搜索空间设定方法,一定程度的降低了算法的运算量.与已有子带划分的方法相比,本文方法利用的有效信息更多,同时算法继承了 EM 算法在参数估计方面的优势,因此,其在 DOA 估计精度及波形恢复性能方面都更有优势.

## 参考文献

[1] 潘捷,周建江.基于凸优化的 Khatri-Rao 子空间宽带 DOA

估计[J].电子与信息学报,2013,35(1):80-84.

Pan Jie, Zhou Jianjiang. Khatri-Rao subspace wideband DOA estimation based on convex optimization[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(1): 80-84. (in Chinese)

- [2] Liu Z M, Huang Z T, Zhou Y Y. Direction-of-arrival estimation of wideband signals via covariance matrix sparse representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(9): 4256-4270.
- [3] Lu L, Wu H C. Novel robust direction-of-arrival-based source localization algorithm for wideband signals[J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2012, 11(11): 3850-3859.
- [4] Ren S, Ma X, Yan S, Hao C. 2-D unitary ESPRIT-Like direction-of-arrival (DOA) estimation for coherent signals with a u-

- niform rectangular array [J]. *Sensors*, 2013, 13(4): 4272 – 4288.
- [5] 张进, 叶中付, 毛云祥. 一种有效的相关噪声背景下宽带相干信号 DOA 估计算法[J]. *电子学报*, 2013, 41(7): 1278 – 1282.  
Zhang Jin, Ye Zhongfu, Mao Yunxiang. An efficient DOA estimation method for wideband coherent signals in the presence of correlated noise[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(7): 1278 – 1282. (in Chinese)
- [6] 赵益民, 王琦, 路宏敏. 一种新的 DOA 估计方法[J]. *电子学报*, 2011, 39(6): 1428 – 1430.  
Zhao Yimin, Wang Qi, Lu Hongmin. Novel estimation technique of DOA[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(6): 1428 – 1430. (in Chinese)
- [7] Wang W, Wu R. High resolution direction of arrival (DOA) estimation based on improved orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm by iterative local searching [J]. *Sensors*, 2013, 13(9): 11167 – 11183.
- [8] Liu Z M, Huang Z T, Zhou Y Y. An efficient maximum likelihood method for direction-of-arrival estimation via sparse bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(10): 3607 – 3617.
- [9] 陈志菲, 孙进才, 侯宏. 宽带 DOA 估计的类 MUSIC 波束形成算法[J]. *电子学报*, 2011, 39(6): 1257 – 1260.  
Chen Zhifei, Sun Jincai, Hou Hong. Music-like beamforming method for wideband DOA estimation [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(6): 1257 – 1260. (in Chinese)
- [10] 罗洁思, 于德介, 彭富强. 基于多尺度线调频基信号稀疏分解的信号分离和瞬时频率估计[J]. *电子学报*, 2010, 38(10): 2225 – 2228.  
Luo Jiesi, Yu Dejie, Peng Fuqiang. Signal separation and instantaneous frequency estimation based on multi-scale chirplet sparse signal decomposition [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(10): 2225 – 2228. (in Chinese)
- [11] 毕岗, 曾宇. 类傅里叶变换的多分量信号分离重构[J]. *电子与信息学报*, 2007, 29(6): 1439 – 1402.  
Bi Gang, Zeng Yu. Reconstruction of multi-component signals based on the analogous Fourier transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(6): 1439 – 1402. (in Chinese)
- [12] 范文涛, 章新华, 康春玉, 蒋飏. 被动声纳方位估计的宽带盲源分离算法[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(10): 152 – 156.  
Fan Wentao, Zhang Xinhua, Kang Chunyu, Jiang Biao. Broadband blind source separation algorithm for passive sonar bearing estimation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(10): 152 – 156. (in Chinese)
- [13] 康春玉, 章新华, 韩东. 盲源分离与高分辨融合的 DOA 估计与信号恢复方法[J]. *自动化学报*, 2010, 36(3): 443 – 445.  
Kang Chunyu, Zhang Xinhua, Han Dong. DOA estimation and signal recovery combined blind source separation with high resolution [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(3): 443 – 445. (in Chinese)
- [14] Chung P J, Bohme J F. Comparative convergence analysis of EM and SAGE algorithms in DOA estimation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(12): 2940 – 2949.
- [15] Mada K K, Wu H C, Iyengar S S. Efficient and robust EM algorithm for multiple wideband source localization [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2009, 58(6): 3071 – 3075.
- [16] Malioutov D, Cetin M, Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010 – 3022.
- [17] 金美娜, 赵拥军, 盖江伟. 一种基于混合 RJMCMC 方法的宽带信号 DOA 估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(2): 504 – 508.  
Jin Meina, Zhao Yongjun, Ge Jiangwei. DOA estimation of wideband signals based on hybrid RJMCMC method [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(2): 504 – 508. (in Chinese)

#### 作者简介



**熊坤来** 男, 1986 年生于湖南益阳. 分别于 2008 年和 2011 年获得解放军电子工程学院学士和硕士学位. 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院博士研究生. 研究方向为盲源分离、阵列信号处理等.

E-mail: comecloud@163.com



**刘章孟** 男, 1984 年生于湖北天门. 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院讲师. 研究方向为阵列信号处理、稀疏重构等.

E-mail: liuzhangmeng@nudt.edu.cn